

Gra 3/8

Gra żetonami. W grze bierze udział dwóch graczy X i Y , którzy dysponują nieograniczoną liczbą żetonów białych i nieograniczoną liczbą żetonów czarnych. Gracze na przemian wykładają na stół żetony. Przy każdym wyłożeniu gracz musi wyłożyć od 3 do 8 żetonów, przy czym wśród wykładanych żetonów muszą być zarówno białe jak i czarne żetony. Na początku gry na stole nie ma żadnego żetonu i grę rozpoczyna gracz X . Wygrywa ten z graczy, który wyłoży na stół tysięczny żeton biały lub tysięczny żeton czarny. Który gracz posiada strategię wygrywającą, czyli który gracz może tak grać, by wygrać za każdym razem? W jaki sposób powinien wykladać żetony gracz posiadający strategię wygrywającą, by nie utracić wygrywającej strategii?

Rozwiązanie

Z uwagi na warunki wygranej - wyłożenie tysięcznego żetonu - strategię wygrywającą posiada gracz, który nie rozpoczyna gry. Gracz Y , korzystając z faktu, że liczba 8 jest wielokrotnością ilości żetonów ($125 \cdot 8 = 1000$), w każdym ruchu powinien dopełniać ilość żetonów wybranego koloru, który ma wygrać, do ośmiu. W ten sposób, w 125-tym wyłożeniu, liczba żetonów w wybranym kolorze będzie równa 1000.

Ponieważ maksymalna liczba żetonów, wykładana przez każdego z graczy, jest równa tylko 8, więc liczba żetonów w kolorze innym, niż wybrany kolor przez gracza Y , będzie wzrastać o wiele wolniej, i gracz X nie ma możliwości zebrać tysiąca żetonów w drugim kolorze szybciej, niż gracz Y w kolorze wybranym.

Wprowadźmy oznaczenia:

XB_n – liczba żetonów **białych** wyłożonych przez gracza X w n -tym wyłożeniu,

YB_n – liczba żetonów **białych** wyłożonych przez gracza Y w n -tym wyłożeniu,

XC_n – liczba żetonów **czarnych** wyłożonych przez gracza X w n -tym wyłożeniu,

YC_n – liczba żetonów **czarnych** wyłożonych przez gracza Y w n -tym wyłożeniu.

Gracz Y ma nie tylko strategię wygrywającą, ale może także decydować jakiego koloru będzie wykładany wygrywający grę tysięczny żeton. Przedstawiamy najprostszy algorytm dla gracza Y .

Jeśli gracz Y zdecyduje się, że wygrywający żeton tysięczny będzie koloru białego, to wystarczy, że będzie wykladał żetony (dla $n = 1, 2, \dots, 125$) według wzoru:

$$YB_n = 8 - XB_n.$$

$$YC_n = 1.$$

Jeśli gracz Y zdecyduje się, że jako wygrywający żeton tysięczny będzie koloru czarnego, to wystarczy, że będzie wykladał żetony (dla $n = 1, 2, \dots, 125$) według wzoru:

$$YC_n = 8 - XC_n.$$

$$YB_n = 1.$$