szkic rozwiązania – Jacek Kredenc

Zadania pierwszoklasisty

Zadania, które znalazły się w dziale zatytułowanym „Zadania pierwszoklasisty” opublikowanym w 71 numerze „Świata Matematyki” adresowane były do uczniów szkół podstawowych, którzy lubią matematykę. Oto szczegółowe szkice ich rozwiązań wraz z komentarzami.

Zadanie 1.

Do zbiornika woda dopływa czterema rurami. Gdyby dopływała tylko pierwszą rurą, zbiornik napełniłby się w ciągu jednego dnia, tylko drugą rurą w ciągu dwóch dni, trzecią w ciągu trzech dni, a czwartą w ciągu czterech dni. Oblicz po jakim czasie napełni się zbiornik, gdy woda będzie wpływać jednocześnie czterema rurami.

Rozwiązanie

Na początek policzmy, ile zbiorników napełnią te cztery rury w ciągu całego dnia napełniania:

Pierwsza rura, która potrzebuje jednego dnia, by napełnić zbiornik, napełni 1 zbiornik.

Druga rura, która do napełnienia całego zbiornika potrzebuje dwóch dni, w ciągu jednego dnia napełni $\frac{1}{2}$ zbiornika.

Trzecia rura, która do napełnienia całego zbiornika potrzebuje trzech dni, w jeden dzień napełni $\frac{1}{3}$ zbiornika.

Czwarta rura, która do napełnienia całego zbiornika potrzebuje czterech dni, w jeden dzień napełni $\frac{1}{4}$ zbiornika.

Razem te rury napełnią w ciągu jednego dnia:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=1+\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=1\frac{13}{12}=2\frac{1}{12}$$

Aby napełnić jeden zbiornik, rury muszą do niego tłoczyć wodę

$$1:2\frac{1}{12}=\frac{1}{\frac{25}{12}}=\frac{12}{25}$$

Dnia.

$$\frac{12}{25}\ dnia, to\ \frac{12}{25}\cdot 24=11\frac{14}{25}\ godziny$$

$$\frac{14}{25}\ godziny, to\ \frac{14}{25}\cdot 60\ \ minut=33\frac{15}{25} minuty=33\frac{3}{5}\ minuty$$

$$\frac{3}{5}\ minuty, to\ \frac{3}{5}\cdot 60\ \ sekund=36\, sekund$$

Odpowiedź:

Te trzy rury razem napełnią zbiornik w przeciągu: 11 godzin, 33 minut i 36 sekund.

Zadanie 2.

Złotnik miał dwa stopy złota ze srebrem. W pierwszym stopie stosunek masy złota do masy srebra wynosi 2:3, a w drugim 3:7. Ile musi on wziąć każdego ze stopów, aby otrzymać 8 kg nowego stopu, w którym stosunek masy złota do srebra wynosiłby 5:11?

Rozwiązanie

Niech

$$x\ oznacza\ ilość\ pierwszego\ stopu$$

Wówczas

$$\frac{2}{5}x\ to\ ilość\ złota\ w\ pierwszym\ stopie$$

$$y\ to\ ilość\ drugiego\ stopu$$

W takim razie

$$\frac{3}{10}y\ oznacza\ ilość\ złota\ w\ drugim\ stopie$$

W 8 kg nowego stopu znajduje się

$$\frac{5}{16}\cdot 8=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}\ kg\ złota$$

Możemy ułożyć następujący układ równań

$$\begin{cases} x+y=8 \\ \frac{2}{5}x+\frac{3}{10}y=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=8 \\ 4x+3y=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ 4(8-y)+3y=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ 32-4y+3y=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ -y=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}$$

Odpowiedź:

Aby uzyskać nowy stop złota z srebrem, w którym stosunek masy złota do srebra wynosiłby 5:11, należy zmieszać 1 kg pierwszego stopu i 7 kg stopu drugiego.

Zadanie 3.

Ze 150 kg solanki odparowano 60 kg wody i otrzymano roztwór o zawartości 5% soli. Oblicz, ile procent roztworu przed odparowaniem stanowiła sól?

Rozwiązanie

Po odparowaniu z solanki 60 kg wody roztworu pozostało 90 kg. Policzmy ile w tym roztworze było soli, jeżeli stanowił on 5% roztworu.

$$90\ kg \cdot 0{,}05 = 4{,}5\ kg$$

Soli w roztworze było 4,5 kg. Przed odparowaniem wody, soli w roztworze było oczywiście tyle samo, więc 4,5 kg. Ustalmy stężenie procentowe całego roztworu

$$\frac{4{,}5}{150} \cdot 100 = \frac{45}{15} = 3$$

Odpowiedź:

Przed odparowaniem 60 kg wody roztwór miał 3% soli.

Zadanie 4.

Wiek pewnego mieszkańca Wrocławia w roku 1887 równał się sumie cyfr roku jego urodzenia. Ile miał on lat?

Rozwiązanie

Ponieważ suma cyfr liczby czterocyfrowej nie może przekraczać

$9 + 9 + 9 + 9 = 36,$

więc interesujący nas mieszkaniec Wrocławia w roku 1887 nie mógł mieć więcej niż 36 lat, czyli urodził się w XIX w. Jego rok urodzenia możemy więc zapisać

$$\overline{18xy}$$

Gdzie

$$x - cyfra\ dziesiatek\ roku\ urodzenia\ wrocławianina$$

$$y - liczba\ jednostek\ roku\ urodzenia\ wrocawianina$$

W takim razie, w roku 1887 wrocławianin miał

$$1+8+x+y=9+x+y\ lat$$

Rok urodzenia wrocławianina można inaczej zapisać

$$\overline{18xy}=1800+10x+y$$

Z drugiej strony rok urodzenia wrocławianina, to

$$1887-(9+x+y)=1878-x-y$$

Zachodzi więc równość:

$$1800+10x+y=1878-x-y$$

$$11x+2y=78$$

Ponieważ prawa strona ostatniego równania jest parzysta, więc lewa strona też musi być parzysta. Warunek ten zajdzie, gdy x będzie liczbą parzystą.

x musi być mniejsze od 8, czyli x może być jedną z liczb 2; 4; 6. Sprawdźmy te trzy liczby

$$x=6$$

$$66+2y=78$$

$$2y=12$$

$$y=6$$

$$x=4$$

$$44+2y=78$$

$$2y=34$$

$$y=17$$

Ale x ma być liczbą jednocyfrową więc możliwy jest tylko przypadek

$$(x;y)=(6;6)$$

Odpowiedź:

Nasz wrocławianin urodził się w roku 1866 i w roku 1887 miał 21 lat.