

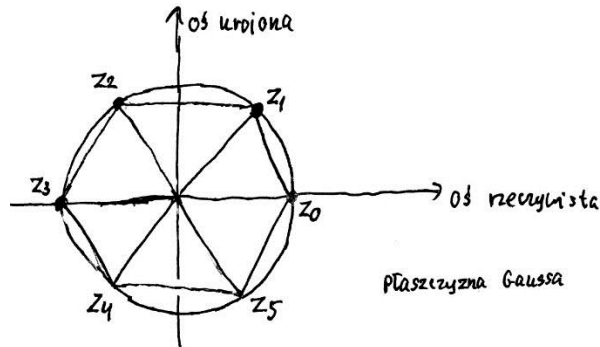
## Zadanie zespolone

## Zadanie 1.

Rozwiąż równanie zespolone  $z^6 = 1$ . Podaj interpretację geometryczną rozwiązań.

## Rozwiązanie

$$z_0 = 1; z_1 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_3 = -1; z_4 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_5 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}.$$



Pierwiastki:  $z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$ , są wierzchołkami sześciokąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 1.

## Zadanie 2.

Oblicz wartość wyrażenia  $\overline{\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)}$ .

## Rozwiązanie

$$\overline{\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)} = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i} = \frac{(1-\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} = \frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{1-3i^2} = \frac{1-2\sqrt{3}i-3}{1+3} = \frac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

## Zadanie 3.

Niech  $a, b \in \mathbb{R}$ . Liczba  $2-i$  jest pierwiastkiem wielomianu  $W(z) = z^3 + az + b$ . Znajdź  $a$  i  $b$  oraz pozostały pierwiastek wielomianu.

Odpowiedź:  $a = -11, b = 20, z = -4$ .