Krowy, owce i psy

Mamy krowy, owce i psy, przy czym liczebność grupy zwierząt każdego gatunku stanowią różne liczby pierwsze. Jeżeli pomnożymy liczbę krów (k) przez sumę liczby krów i owiec (k + o), to wtedy iloczyn jest o 120 większy od liczby psów (p), to znaczy $k \cdot (k + o) = 120 + p$. Ile mamy krów, ile owiec, a ile psów?

Rozwiązanie

Dane jest równanie: k(k+ o) = 120 + p ....(i)

Jeżeli p jest parzyste, wtedy p musi być równe 2, gdyż p jest jedyną parzystą liczbą pierwszą. Więc, k(k+o) = 122. Ponieważ żaden czynnik pierwszy inny niż 2 nie dzieli 122, to k = 2, co stanowi sprzeczność, gdyż z podanych warunków w problemie wynika, że k oraz p muszą być różne.

Dlatego też, p musi być nieparzyste. Jeżeli zarówno k jak i o są nieparzyste, wtedy w tej sytuacji, (k+o) jest parzyste, czyli prawa strona (i) jest parzysta, co bezpośrednio zaprzecza założeniu, iż p jest nieparzyste.
Podobnie, zarówno k jak i o nie mogą być parzyste, gdyż w tej sytuacji k = o = 2, co stanowi sprzeczność.

Czyli, dokładnie jedno z k oraz o jest parzyste, natomiast pozostałe jest nieparzyste.

Jeżeli k jest parzyste, wtedy mielibyśmy parzystą liczbę po prawej stronie (i), co stanowi sprzeczność.

Zatem, o musi być parzyste, czyli o = 2, i dlatego też:

k(k+ 2) = 120 + p
-> (k + 12)(k - 10) = d ......(ii)

Jeżeli k >= 11, to prawa strona (ii) byłaby wartością złożoną/rozkładalną na czynniki właściwe. Stanowi to sprzeczność. Ponadto, ck<= 10, wymusiłoby niedodatnią wartość po prawej stronie (i).
Stosownie do powyższego, k – 10 = 1, dając k = 11, czyli p = 23
Dlatego też, (k, o, p) = (11, 2, 23) jest jedynym możliwym rozwiązaniem.