

## Zadania do kwadratu

### Zadanie 1

Wykaż, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb całkowitych nie jest kwadratem liczby całkowitej.

**Rozwiązanie:**

Mamy:

$$(m - 1)^2 + m^2 + (m + 1)^2 = 3m^2 + 2$$

i nie jest to kwadrat liczby całkowitej, gdyż przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

### Zadanie 2

Wykaż, że suma kwadratów pięciu kolejnych liczb całkowitych nie jest kwadratem liczby całkowitej.

**Rozwiązanie:**

Mamy:

$$(m - 2)^2 + (m - 1)^2 + m^2 + (m + 1)^2 + (m + 2)^2 = 5m^2 + 10 = 5(m^2 + 2).$$

Gdyby ostatnia liczba była kwadratem liczby całkowitej, to liczba  $m^2 + 2$  musiałaby być podzielna przez 5. Kwadraty liczb całkowitych dają przy dzieleniu przez 5 reszty 0, 1, 4. Zatem reszty z dzielenia  $m^2 + 2$  przez 5 wynoszą 2, 3, 1 i nie ma tu reszty 0.

### Zadanie 3

Wykaż, że suma kwadratów siedmiu kolejnych liczb całkowitych nie jest kwadratem liczby całkowitej.

**Rozwiązanie:**

Mamy

$$(m - 3)^2 + (m - 2)^2 + (m - 1)^2 + m^2 + (m + 1)^2 + (m + 2)^2 + (m + 3)^2 = 7m^2 + 28 = 7(m^2 + 4).$$

Gdyby ostatnia liczba była kwadratem liczby całkowitej, to liczba  $m^2 + 4$  musiałaby być podzielna przez 7. Kwadraty liczb całkowitych dają przy dzieleniu przez 7 reszty 0, 1, 2, 4. Zatem reszty z dzielenia  $m^2 + 4$  przez 7 wynoszą 4, 5, 6, 1 i nie ma tu reszty 0.

### Zadanie 4

Na podstawie opracowania „Reszty z dzielenia kwadratów” z „Nie tylko dla orłów” oblicz:

(a)  $(-1/3)$ ,  $(-1/5)$ ,  $(-1/7)$ ;

(b)  $(2/3)$ ,  $(2/5)$ ,  $(2/7)$ ;

(c)  $(3/5)$ ,  $(3/7)$ ,  $(3/11)$ .

**Rozwiązanie:**

(a)  $(-1/3) = -1$ ,  $(-1/5) = 1$ ,  $(-1/7) = -1$ ;

(b)  $(2/3) = -1$ ,  $(2/5) = -1$ ,  $(2/7) = 1$ ;

(c)  $(3/5) = -1$ ,  $(3/7) = -1$ ,  $(3/11) = 1$ .