Sumujemy dzielniki

Witold Bednarek – szkic rozwiązania

Zadanie 1.

Wykaż, że istnieje nieskończenie wiele takich liczb naturalnych n, że 1. $S(n) < 2n$; 2. $S(n) < 2n$.

Rozwiązanie:

1. Niech $n = p$, gdzie p jest dowolną liczbą pierwszą. Wówczas

$$S(n) = S(p) = 1 + p < p + p = 2p = 2n$$

2. Niech $n = 6p$, gdzie $p > 3$ jest dowolną liczbą pierwszą. Wówczas

$$S(n) = S(6p) = 1 + 2 + 3 + 6 + p + 2p + 3p + 6p = 12 + 12p > 12p = 2n$$

Jacek Kredenc – szkic rozwiązania

Zadanie 2.

Wykaż, że istnieje nieskończenie wiele takich par m; n liczb naturalnych, że $S(m+n) > S(m) + S(n)$

Rozwiązanie:

Wystarczy założyć, że $m = n = p$; gdzie p liczba pierwsza i $p \geq 3$, wówczas

$$S(m+n) = S(p+p) = S(2p) = 1 + 2 + p + 2p = 3 + 3p$$

$$S(m) + S(n) = S(p) + S(p) = 1 + p + 1 + p = 2 + 2p < 3 + 3p = S(m+n)$$

Witold Bednarek – szkic rozwiązania

Zadanie 3.

Liczbę naturalną $n > 1$nazywamy nieznacznie niedoskonałą wtedy, gdy: $S(n) = 2n - 1$. Wykaż, że istnieje nieskończenie wiele liczb nieznacznie niedoskonałych.

Rozwiązanie:

Połóżmy $n = 2^k$ dla $k = 1; 2; 3; \ldots$. Mamy

$$S(n) = S(2^k) = 1 + 2 + \cdots + 2^{k-1} + 2^k = 2^{k+1} - 1 = 2 \cdot 2^{\mathrm{k}} - 1 = 2\mathrm{n} - 1$$