

Poszukiwania

Zadanie 1. Czy ciąg arytmetyczny:

a) 2; 7; 12; 17; 22; 27; 32; ...;

b) 3; 8; 13; 18; 23; 28; 33; ...;

zawiera kwadrat liczby naturalnej?

Rozwiązanie:

W obu przypadkach odpowiedź jest negatywna. Kwadraty liczb całkowitych dają przy dzieleniu przez 5 tylko reszty 0, 1 lub 4 (co łatwo sprawdzić rozwiązując przypadki $5m + r$ dla $r \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$). Natomiast w przykładach a) i b) reszty te wynoszą odpowiednio 2 i 3.

Zadanie 2. Uzasadnij, że ciąg arytmetyczny 101; 201; 301; 401; 501; ...; zawiera nieskończenie wiele kwadratów liczb naturalnych.

Rozwiązanie:

Mamy $a_n = 101 + (n - 1) \cdot 100 = 100n + 1$ dla $n = 1; 2; 3; \dots$. Zauważmy, że $a_{102} = 100 \cdot 102 + 1 = 10201 = 101^2$. I wystarczy skorzystać z podanego twierdzenia ($n_0 = 102; s = 101$)