Jacek Kredenc – szkic rozwiązania

Niespodzianki

Zadanie 1. Wykaż, że wśród liczb 10; 1100; 111000; 11110000; 1111100000; … itd. Nie ma kwadratu liczby naturalnej.

Rozwiązanie:

Jeżeli któraś z podanych liczb była by kwadratem liczby naturalnej, to musiałaby mieć w zapisie dziesiętnym na końcu parzystą liczbę zer. Rozpatrzmy więc liczbę

$$\underbrace{11\ldots11}_{2n\ jedynek}\ \underbrace{00\ldots00}_{2n\ zer} = \underbrace{11\ldots11}_{2n\ jedynek} \cdot (10^n)^2$$

Gdyby ta liczba była kwadratem liczby naturalnej, to liczba $\underbrace{11\ldots11}_{2n\ jedynek}$ musiałaby być kwadratem liczby naturalnej, ale tak nie jest co wynika z zadania pierwszego.

Zadanie 2. Wykaż, że wśród liczb 11; 1101; 111001; 11110001; 1111100001; … itd. Nie ma kwadratu liczby naturalnej.

Rozwiązanie:

Dowodzimy, że $\underbrace{33\ldots33}_{n\ cyfr}{}^2 = \underbrace{11\ldots1}_{n-1\ cyfr}\ 0\ \underbrace{88\ldots8}_{n-1\ cyfr}\ 9\ i\ \ \underbrace{33\ldots3}_{n-1\ cyfr}\ 4^2 = \underbrace{11\ldots11}_{n\ cyfr}\ \underbrace{55\ldots5}_{n-1\ cyfr}\ 6$

Następnie zauważmy, że $\underbrace{11\ldots1}_{n-1\ cyfr}\ 0\ \underbrace{88\ldots8}_{n-1\ cyfr}\ 9 < \underbrace{11\ldots11}_{n\ cyfr}\ \underbrace{00\ldots0}_{n-1\ ctfr}\ 1 < \underbrace{11\ldots11}_{n\ cyfr}\ \underbrace{55\ldots5}_{n-1\ cyfr}\ 6$.

Liczba $\underbrace{11\ldots11}_{n\ cyfr}\ \underbrace{00\ldots0}_{n-1\ cyfr}\ 1$ znajduje się wiec miedzy dwoma kolejnymi kwadratami liczb naturalnych, a zatem nie może być kwadratem liczby naturalnej.