Marian Maciocha

Rozwiązanie zadania dla Czytelników
WIĘKSZY PROMIEŃ

Zadanie:

Mamy oczko wodne w postaci koła o promieniu R = 1 metr wraz ze swoim otoczeniem zewnętrznym o wysokości h = 15 centymetrów i szerokości podstawy d = 20 centymetrów. O ile centymetrów zwiększy się promień oczka wodnego, jeśli zewnętrzne otoczenie oczka wodnego przekształcimy w wewnętrzne otoczenie oczka wodnego, bez zmiany objętości otoczenia oczka wodnego ?

Rozwiązanie zadania „większy promień”:

Wprowadźmy oznaczenie: x – zmiana promienia oczka wodnego, jeśli zewnętrzne otoczenie oczka wodnego przekształcimy w wewnętrzne otoczenie oczka wodnego, bez zmiany objętości otoczenia oczka wodnego.

Rozważymy dwa przypadki.

Przypadek pierwszy: Wysokość i szerokość podstawy wewnętrznego otoczenie oczka wodnego są takie same jak wysokość i szerokość podstawy zewnętrznego otoczenie oczka wodnego.

Objętość zewnętrznego otoczenia oczka wodnego w postaci koła o promieniu R, wysokości h i szerokości podstawy d wynosi:

$$V_z = \frac{\pi hd(3R + d)}{3} \quad .$$

Objętość wewnętrznego otoczenia oczka wodnego w postaci koła o promieniu r_w , wysokości h i szerokości podstawy d wynosi:

$$V_w = \frac{\pi hd(3r_w - d)}{3} \quad .$$

Ponieważ zewnętrzne otoczenie oczka wodnego mamy przekształcić w wewnętrzne otoczenie oczka wodnego bez zmiany objętości otoczenia oczka wodnego, to: $V_w = V_z$. Stąd

$$\frac{\pi hd(3r_w - d)}{3} = \frac{\pi hd(3R + d)}{3},$$

$3r_w - d = 3R + d$,

$3r_w = 3R + 2d$,

$$r_w = R + \frac{2d}{3}.$$

Zatem

$$x = r_w - R = R + \frac{2d}{3} - R = \frac{2d}{3} = \frac{2 * 20cm}{3} = \frac{40cm}{3} = 13\frac{1}{3}\ cm \approx 13{,}3cm.$$

Odpowiedź: Jeśli zewnętrzne otoczenie oczka wodnego w postaci koła o promieniu R = 1 metr, wysokości h = 15 centymetrów i szerokości podstawy d = 20 centymetrów przekształcimy w wewnętrzne otoczenie oczka wodnego, bez zmiany objętości otoczenia oczka wodnego oraz bez zmiany wysokości i szerokości podstawy, to promień oczka wodnego zwiększy się o ok. 13,3cm.

Przypadek drugi: Wysokość h_w i szerokość podstawy d_w wewnętrznego otoczenie oczka wodnego wybieramy w sposób niezależny od wysokości h i szerokość podstawy d zewnętrznego otoczenie oczka wodneg.

Objętość zewnętrznego otoczenia oczka wodnego w postaci koła o promieniu R, wysokości h i szerokości podstawy d wynosi:

$$V_z = \frac{\pi hd(3R + d)}{3}.$$

Objętość wewnętrznego otoczenia oczka wodnego w postaci koła o promieniu r_w , wysokości h_w i szerokości podstawy d_w wynosi:

$$V_w = \frac{\pi h_w d_w(3r_w - d_w)}{3} \ .$$

Ponieważ zewnętrzne otoczenie oczka wodnego mamy przekształcić w wewnętrzne otoczenie oczka wodnego bez zmiany objętości otoczenia oczka wodnego, to: $V_w = V_z$. Stąd

$$\frac{\pi h_w d_w(3r_w - d_w)}{3} = \frac{\pi hd(3R + d)}{3} \ ,$$

$$h_w d_w(3r_w - d_w) = hd(3R + d) \ ,$$

$$3r_w - d_w = \frac{hd(3R + d)}{h_w d_w} \ ,$$

$$3r_w = \frac{hd(3R + d)}{h_w d_w} + d_w \ ,$$

$$r_w = \frac{hd(3R + d)}{3h_w d_w} + \frac{d_w}{3} \ .$$

Ponieważ $x = r_w - R$, to $x = \dfrac{hd(3R + d)}{3h_w d_w} + \dfrac{d_w}{3} - R$.

Odpowiedź: Jeśli zewnętrzne otoczenie oczka wodnego w postaci koła o promieniu R = 1 metr, wysokości h = 15 centymetrów i szerokości podstawy d = 20 centymetrów przekształcimy w wewnętrzne otoczenie oczka wodnego o wysokości h_w i szerokości podstawy d_w, to promień oczka wodnego zwiększy się o $\dfrac{hd(3R + d)}{3h_w d_w} + \dfrac{d_w}{3} - R$.